**Алгебра и начала математического анализа, 10 класс 03.04.2020 г.**

**Урок по теме «Формулы приведения».**

**Перечень вопросов, рассматриваемых в теме:**

* формулы приведения;
* мнемоническое правило для формул приведения;
* преобразование тригонометрических выражений на основе использования формул приведения;
* вычисление значений тригонометрических выражений на основе формул приведения;

**Глоссарий по теме**

**Формулы приведения** – это формулы, которые позволяют синус, косинус, тангенс и котангенс различных углов приводить к острым углам.

**Теоретический материл.** Для вычисления углов больше 90 используют формулы приведения. Они позволяют синус, косинус, тангенс и котангенс различных углов приводить к острым углам.

**Пример 1:** Вычислить  и.

Представим число .

,  .

А так как , то ,

Количество полных оборотов по 360 или по  может выражаться любым целым числом*k,*как положительным, так и отрицательным и нулём. При повороте точки А(1;0) на угол , где k получается та же самая точка, что при повороте на угол 



Рисунок 1 – точки А и В на единичной окружности

Справедливы равенства:

**, где**,  **, где**

Пусть точка А(1;0) переместилась в точку В1 при повороте на угол  и в точку В при повороте на угол (рис. 2).



Рисунок 2 – точки А, В, В1 на единичной окружности

Запишем  в виде: . На единичной окружности точки В1и В симметричны относительно оси Оу, значит их ординаты (синусы) равны, абсциссы (косинусы)- противоположные числа.

Поэтому , а .

А так как , то , .

Помним, что , тогда , .

Следовательно для всех углов справедливы формулы:

**(1)**

**(2)**

Аналогично доказываются формулы:

**(3)**

**(4)**

**(5)**

**(6)**

**(7)**

**(8)**

**(9)**

**(10)**

**(11)**

**(12)**

 Эти формулы называются **формулами приведения для синуса и косинуса**.

**Пример 2**: вычислите . Представим , тогда.

Формулы для тангенса, выводят, используя его определение

 ,

Получаем **формулы для тангенса и котангенса**:

**, где****и****, где****(13)**

**(14)**

**(15)**

**(16)**

**(17)**

**Пример 3**: вычислите .

Преобразуем выражение в скобке 

.

Обратите внимание, что все эти формулы связывают синусы с синусами или косинусами, а тангенсы с тангенсами или котангенсами. В одних случаях синус меняется на косинус и наоборот, в других – нет. Так, например, в формулах 1,2,3,8 и 13, где в левой части присутствуют синусы, косинусы и тангенсы не меняются.

В остальных формулах, где в левой части присутствуют или, синус меняется на косинус и наоборот, а тангенс на котангенс.

Формул приведений много и их не обязательно каждый раз выводить и запоминать.

Для этого придумали мнемоническое правило.

**Если в левой части присутствуют****и т.д. синусы, косинусы и тангенсы не меняются.**

**Если в левой части присутствуют****или****, синус меняется на косинус, косинус на синус, тангенс на котангенс.**

**Знак в правой части ставим тот же, который имело исходное число в левой части, при условии****.**

Существует легенда про рассеянного математика, который всё время забывал менять или не менять синус на косинус и наоборот. Он смотрел на свою сообразительную лошадь и она кивала головой вдоль той оси, где стояли числа и**,****.**(рис. 3)



Рисунок 3 – «правило лошади»

Если аргумент содержал или , лошадь кивала вдоль оси Оу. Это означало «да, менять». А если , кивала вдоль оси Ох – «не менять».

Так же помните: чётные числа вида и т.д. находятся на оси Ох справа от нуля на единичной окружности, а нечётные  и т. д. слева от нуля.

Если в выражении перед  стоит **плюс**, то точка перемещается по окружности **по часовой стрелке**, если стоит **минус**, то **против часовой стрелке**.

**Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля**

**Пример 4:** упростите выражение .

 находится на оси Ох, слева от нуля, косинус не меняем. Перед  минус, точка перемещается против часовой стрелке и попадает во вторую четверть, здесь косинусы отрицательные (рис.4)



Рисунок 4 – перемещение точки по единичной окружности

Значит =.

**Пример 5:** Вычислите 

Преобразуем выражение в скобке: .  находится слева на оси Ох, синус не меняем. Угол в третьей четверти, синусы отрицательные.

