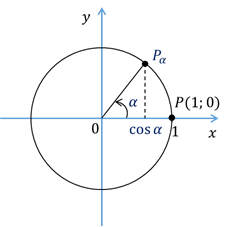
К видео [**https://www.youtube.com/watch?time\_continue=120&v=CpHf9NJlPEY&feature=emb\_logo**](https://www.youtube.com/watch?time_continue=120&v=CpHf9NJlPEY&feature=emb_logo)

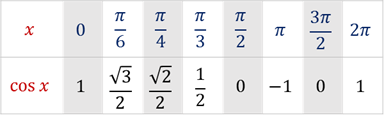
**Тема урока: Уравнение cosx=a. 17.04 2020**

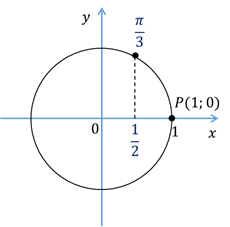
*В этом видеоуроке мы научимся решать простейшие тригонометрические уравнения вида cos x = a. Введём понятие арккосинуса числа а. А также выведем общую формулу нахождения корней уравнения cos x = a.*

Итак, уравнение, которое содержит переменную под знаком тригонометрических функций, называется ***тригонометрическим уравнением***. Уравнения вида https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image002.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image003.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image004.png, где https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image005.png – переменная, а число https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image006.png, называются ***простейшими тригонометрическими уравнениями***. На этом уроке мы с вами подробно рассмотрим решение уравнений вида https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png.

Напомним, что косинусом угла https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image007.png называется абсцисса точки https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image008.png, полученной поворотом точки https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image009.png вокруг начала координат на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image007.png. При этом не забудем отметить, что так как координаты https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image010.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image011.png точек единичной окружности удовлетворяют неравенствам https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image012.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image013.png, то для https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image014.png справедливо неравенство https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image015.png. Из этого следует, что уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png имеет корни только при https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image016.png.

Так как же решают такие уравнения? Давайте рассмотрим два уравнения: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image018.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image019.png. Чтобы найти *х* в первом уравнении, нам нужно ответить на вопрос, *чему равен косинус точки*https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image020.png. Для этого нам достаточно вспомнить таблицу значений косинуса.

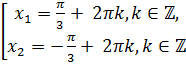


Тогда https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image022.png. Давайте покажем это на единичной окружности. Отметим точку https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image020.png. У этой точки, как и у любой другой, есть свои координаты. Если мы опустим перпендикуляр из точки https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image020.png на ось абсцисс, то попадём в https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image023.png.

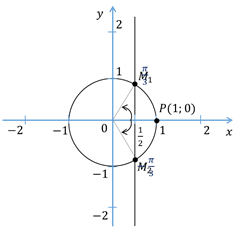
А теперь вернёмся ко второму уравнению – https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image019.png. Чтобы здесь найти *х*, нам нужно ответить на вопрос, *косинус каких точек равен*https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image023.png.

Давайте ненадолго отвлечёмся от тригонометрии. Начертим координатную плоскость. А теперь найдём все те точки, у которых абсцисса равна https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image023.png. Несложно догадаться, что таких точек будет бесконечное множество и все они будут лежать на вертикальной прямой, проходящей через точки с абсциссой, равной https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image023.png.

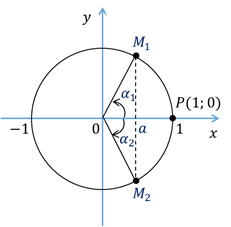
А теперь вернёмся к тригонометрии. Нас будут интересовать все точки, которые лежат на единичной окружности и пересекаются вертикальной прямой, проходящей через точки, имеющие абсциссу, равную https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image023.png. Заметим, что наша прямая пересекает единичную окружность в двух точках – https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image025.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image026.png. Исходя из таблицы значений косинусов, точка https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image025.png получается из начальной точки https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image009.png поворотом на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image020.png, а тогда точка https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image026.png – поворотом на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image027.png. Тогда решением нашего уравнения будут два корня – https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image028.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image029.png. Но ведь в эти точки мы можем попасть не по одному разу. Если мы сделаем полный оборот по единичной окружности, то снова попадём в эти точки. Сделав ещё полный оборот, снова попадём в эти точки и так далее. Отсюда уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image019.png имеет две серии решений:

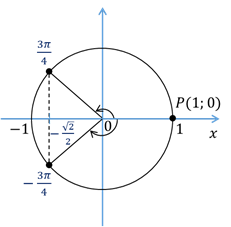
.

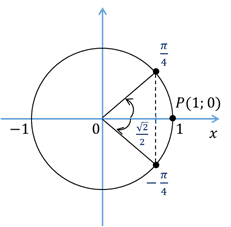
Как правило, эти серии решений совмещают и записывают как https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image031.png.



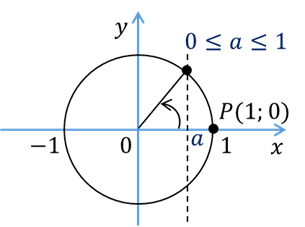
Вообще при решении уравнений вида https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png возможны четыре случая.

Первый случай: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image033.png. Раскрывая модуль, имеем https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image034.png. В этом случае на единичной окружности будут располагаться две точки – https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image025.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image026.png, абсциссы которых равны *а*. Эти точки получаются путём поворота начальной точки на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image035.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image036.png соответственно. Тогда решения уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png можно записать в виде: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image037.png, и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image038.png. Заметим, что эти точки симметричны относительно оси абсцисс. Следовательно, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image039.png. Тогда все решения уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png можно объединить в одно: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image040.png.

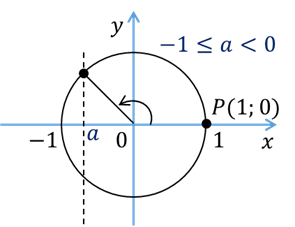
Например, решим следующие уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image042.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png. Абсциссу, равную https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image044.png, имеют две точки единичной окружности. Так как https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image045.png, то угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image046.png, а потому угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image047.png. Следовательно, все корни уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image042.png можно найти по формуле https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image048.png.

Перейдём к уравнению https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png. Абсциссу, равную https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image050.png, имеют две точки единичной окружности. Так как https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image051.png, то угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image052.png, а потому угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image053.png. Следовательно, все корни уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png можно найти по формуле https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image054.png.

Заметим, что каждое из уравнений https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image042.png и кhttps://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png имеет бесконечное множество корней. Однако на отрезке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image056.png каждое из этих уравнений имеет только один корень. Так, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image046.png, – это корень уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image042.png, а https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image052.png, – это корень уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png. Число https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image057.png называют **арккосинусом числа**https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image058.png. Записывают так: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image059.png. Число https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image060.png называют арккосинусом числа https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image050.png. Записывают так: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image061.png.

Кстати, «арккосинус» в переводе с латинского означает «дуга» и «косинус». Это обратная функция.

Вообще уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png, где https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image062.png, на отрезке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image063.png имеет только один корень. Если https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image064.png, то этот корень заключён в промежутке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image065.png;



если же https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image067.png, то корень располагается в промежутке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image068.png.

Этот корень называют арккосинусом числа а и обозначают так https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image070.png.

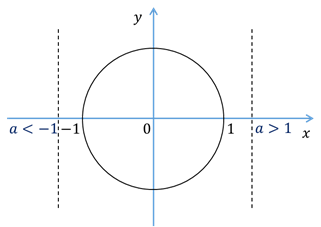
**Запомните!** ***Арккосинусом числа а***, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image062.png, называется такое число https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image071.png, косинус которого равен *а*.

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image072.png, если https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image073.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image074.png

Например, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image061.png, так как https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image051.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image075.png. https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image076.png, так как https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image077.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image078.png.

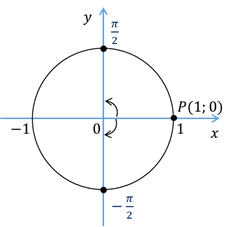
Возвращаясь к нашему уравнению https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png, где https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image062.png, можно утверждать, что все корни уравнения можно найти по формуле: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image079.png.

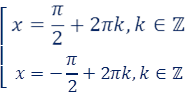
**Запомните!** Для любого https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image080.png справедлива формула https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image081.png. Эта формула позволяет находить значения арккосинусов отрицательных чисел через значения арккосинусов положительных чисел.

Например, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image082.png.

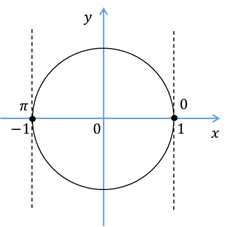
Второй случай: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image083.png. Раскрывая модуль, имеем https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image084.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image085.png. Поскольку для https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image086.png справедливо неравенство https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image015.png, то понятно, что в этом случае уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png не будет иметь корней.

Например, уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image088.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image089.png не имеют корней.

Третий случай (частный): https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image090.png. В этом случае есть две точки тригонометрической окружности, которые имеют абсциссу, равную 0. Точка https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image025.png получается из начальной точки https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image009.png поворотом на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image091.png, а точка https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image026.png – поворотом на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image092.png. Тогда уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image093.png имеет две серии решений:



Однако эти две серии решений можно выразить одной формулой: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image096.png. Полученная формула задаёт множество корней уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image093.png.

И последний, четвёртый случай (тоже частный): https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image097.png. Раскрывая модуль, имеем https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image098.png, и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image099.png. В этом случае вертикальные прямые, проходящие через точки, имеющие абсциссы, равные –1 и 1, будут касаться единичной окружности в точках с координатами (–1;0) и (1;0). Эти точки получаются путём поворота начальной точки на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image100.png, и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image101.png. Тогда решением уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image102.png будет https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image100.png, а решением уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image103.png будет https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image104.png.

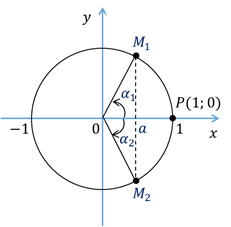
А теперь давайте приступим к практической части нашего урока.

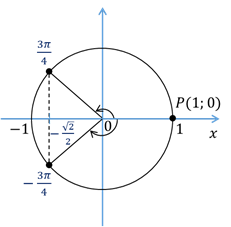
Задание первое. Решите уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image106.png.

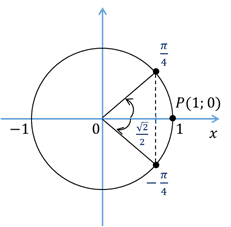
Решение. По формуле нахождения корней уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png, имеем: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image107.png. Значение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image108.png вычислим с помощью калькулятора. https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image109.png.

Задание второе. Решите уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image110.png.

Решение. По формуле нахождения корней уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png, имеем: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image111.png. https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image112.png. Перенесём https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image060.png в правую часть равенства. Затем разделим обе части равенства на 2: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image113.png. Отсюда https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image114.png.



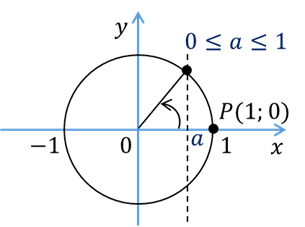
Например, решим следующие уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image042.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png. Абсциссу, равную https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image044.png, имеют две точки единичной окружности. Так как https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image045.png, то угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image046.png, а потому угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image047.png. Следовательно, все корни уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image042.png можно найти по формуле https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image048.png.

Перейдём к уравнению https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png. Абсциссу, равную https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image050.png, имеют две точки единичной окружности. Так как https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image051.png, то угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image052.png, а потому угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image053.png. Следовательно, все корни уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png можно найти по формуле https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image054.png.

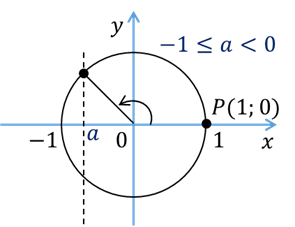
Заметим, что каждое из уравнений https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image042.png и кhttps://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png имеет бесконечное множество корней. Однако на отрезке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image056.png каждое из этих уравнений имеет только один корень. Так, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image046.png, – это корень уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image042.png, а https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image052.png, – это корень уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image043.png. Число https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image057.png называют **арккосинусом числа**https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image058.png. Записывают так: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image059.png. Число https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image060.png называют арккосинусом числа https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image050.png. Записывают так: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image061.png.

Кстати, «арккосинус» в переводе с латинского означает «дуга» и «косинус». Это обратная функция.

Вообще уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png, где https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image062.png, на отрезке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image063.png имеет только один корень. Если https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image064.png, то этот корень заключён в промежутке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image065.png;



если же https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image067.png, то корень располагается в промежутке https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image068.png.



Этот корень называют арккосинусом числа а и обозначают так https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image070.png.

**Запомните!** ***Арккосинусом числа а***, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image062.png, называется такое число https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image071.png, косинус которого равен *а*.

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image072.png, если https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image073.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image074.png

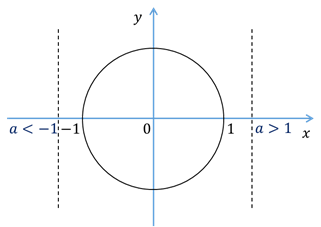
Например, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image061.png, так как https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image051.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image075.png. https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image076.png, так как https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image077.png, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image078.png.

Возвращаясь к нашему уравнению https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png, где https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image062.png, можно утверждать, что все корни уравнения можно найти по формуле: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image079.png.

**Запомните!** Для любого https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image080.png справедлива формула https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image081.png. Эта формула позволяет находить значения арккосинусов отрицательных чисел через значения арккосинусов положительных чисел.

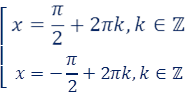
Например, https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image082.png.

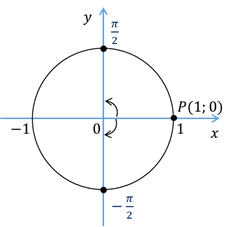
Второй случай: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image083.png. Раскрывая модуль, имеем https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image084.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image085.png. Поскольку для https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image086.png справедливо неравенство https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image015.png, то понятно, что в этом случае уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png не будет иметь корней.



Например, уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image088.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image089.png не имеют корней.

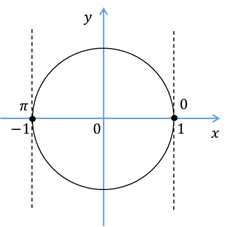
Третий случай (частный): https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image090.png. В этом случае есть две точки тригонометрической окружности, которые имеют абсциссу, равную 0. Точка https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image025.png получается из начальной точки https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image009.png поворотом на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image091.png, а точка https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image026.png – поворотом на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image092.png. Тогда уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image093.png имеет две серии решений:





Однако эти две серии решений можно выразить одной формулой: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image096.png. Полученная формула задаёт множество корней уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image093.png.

И последний, четвёртый случай (тоже частный): https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image097.png. Раскрывая модуль, имеем https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image098.png, и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image099.png. В этом случае вертикальные прямые, проходящие через точки, имеющие абсциссы, равные –1 и 1, будут касаться единичной окружности в точках с координатами (–1;0) и (1;0). Эти точки получаются путём поворота начальной точки на угол https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image100.png, и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image101.png. Тогда решением уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image102.png будет https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image100.png, а решением уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image103.png будет https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image104.png.



А теперь давайте приступим к практической части нашего урока.

Задание первое. Решите уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image106.png.

Решение. По формуле нахождения корней уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png, имеем: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image107.png. Значение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image108.png вычислим с помощью калькулятора. https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image109.png.

Задание второе. Решите уравнение https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image110.png.

Решение. По формуле нахождения корней уравнения https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image001.png, имеем: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image111.png. https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image112.png. Перенесём https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image060.png в правую часть равенства. Затем разделим обе части равенства на 2: https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image113.png. Отсюда https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/algebra10fgos/32-uravnenie-cosx-a.files/image114.png.